

---

Titre : Méthode de Points Matériels Galerkin Discontinus Arbitraire Précis à Haut Ordre

**Mots clés :** Méthode Discontinue de Point Matériel de Galerkin, Approche ADER, Solides Hyperélastiques à Déformation Finie, ADER-DGMPM, Problèmes Hyperboliques.

**Résumé :** L'objectif principal de cette thèse est d'étendre le DGMPM de premier ordre à des approximations précises arbitraires d'ordre élevé. Ceci est réalisé en adaptant l'approche ADER (Arbitrary High-Order Schemes using DERivatives) à la discrétisation spatiale particulière du DGMPM. Tout d'abord, l'étape de prédiction permet la conception d'une projection particule à grille de haute précision arbitraire, cohérente avec celle de l'approximation de Galerkin discontinue nodale définie sur la grille arbitraire. Cette opération est effectuée à l'aide d'une approximation des moindres carrés mobiles pour le champ prédicteur ADER. D'autre part, les degrés de liberté du champ prédicteur étant maintenant définis en des points du matériau, le calcul de la réponse constitutive du matériau est assuré pour toujours être effectué en ces points du matériau.

Ceci est d'une importance cruciale pour les modèles constitutifs dépendants de l'histoire car il évite tout transfert diffusif de variables internes. Enfin, une formulation lagrangienne totale des équations est conservée, permettant le précalcul de l'approximation de Galerkin discontinue nodale et du champ prédicteur ADER une fois pour toute, jusqu'à ce que la grille arbitraire soit écartée si nécessaire. Enfin, certaines applications numériques sont réalisées, montrant les performances de la technique ADER-DGMPM.

---

Titre : Arbitrary High Order Accurate Discontinuous Galerkin Material Point Method

**Keywords :** Discontinuous Galerkin Material Point Method, ADER approach, Finite Deforming Hyperelastic Solids, ADER-DGMPM, Hyperbolic Problems

**Abstract :** The main goal of this research is to extend the first-order DGMPM to arbitrary high-order accurate approximations. This is performed by adapting the ADER (arbitrary high-order schemes using DERivatives) approach to the particular spatial discretization of the DGMPM. Firstly, the predictor step permits the design of a particle-to-grid projection of arbitrary high accuracy, consistent with that of the nodal discontinuous Galerkin approximation defined on the arbitrary grid. This is performed using a moving least squares approximation for the ADER predictor field. Secondly, since the degrees of freedom of the predictor field are now defined at material points, the computation of the constitutive response of the material is ensured to always be performed at these material points.

This is of crucial importance for history-dependent constitutive models because it avoids any diffusive transfer of internal variables. Finally, a total Lagrangian formulation of equations is retained, allowing for the precompute of both the nodal discontinuous Galerkin approximation and the ADER predictor field once for all, until the arbitrary grid is discarded if necessary. Some numerical applications are performed, showing the performance of the ADER-DGMPM technique.